

## PENJADWALAN *FLOWSHOP* DENGAN *MIXED INTEGER PROGRAMMING* UNTUK MEMINIMASI *TOTAL FLOWTIME* DAN *TOTAL TARDINESS*

Ceria Farela Mada Tantrika\*

Jurusan Teknik Industri, Fakultas Teknik, Universitas Brawijaya

**ABSTRACT** *Adi Bungsu (AB) Cigarette Company produces Clove Cigarette in four stages. Each stage is processed by one machine. Thus, the production line is described as flowshop. AB receive order from customer over country. Every month, AB should schedule the order from customer. Thus, AB should prioritize which order to be processed firstly. At this time, AB schedules their order by using First Come First Serve algorithm which prioritize the first order as the first processed job. Previously, this algorithm results in tardiness and high work-in-process. Therefore, this study aims to reduce the tardiness and work-in-process level. In this study, the scheduling problem is solved by using mixed integer programming. To minimize tardiness and work-in-process simultaneously, the objective include minimizing total tardiness and total flowtime. Meanwhile, this study also consider setup time separated from processing time so that setup can be done early while waiting job to be processed in previous stage. The results of this study show that mixed integer programming with two-criteria can be used to schedule job ordered by customer. In case of bicriteria scheduling problem with separated setup time, mixed integer programming generate better schedule than FCFS algorithm.*

**Keywords:** *Flowshop scheduling, Mixed Integer Programming, Flowtime, Tardiness, Separated Setup Times*

### 1. PENDAHULUAN

Penjadwalan merupakan bagian dari perencanaan produksi dan dilakukan sebelum proses produksi dijalankan. Penjadwalan didefinisikan sebagai rencana pengaturan urutan kerja serta pengalokasian sumber daya, baik waktu maupun fasilitas untuk setiap operasi yang harus diselesaikan [1]. Penjadwalan dibutuhkan untuk memproduksi produk sesuai permintaan pelanggan dengan pengalokasian sumber daya yang tepat, seperti mesin yang digunakan, jumlah operator yang bekerja, urutan pengerjaan part, dan kebutuhan material [2]. Pengaturan penjadwalan yang efektif dan efisien akan meningkatkan kemampuan perusahaan dalam memenuhi permintaan pelanggan sesuai waktu dan kualitas yang telah ditentukan. Penjadwalan produksi sangat perlu dilakukan oleh perusahaan untuk menyusun suatu urutan prioritas kerja yang sesuai dengan loading beban kerja pada seluruh stasiun kerja jika telah dapat dipastikan kebutuhan akan segala sumber telah terpenuhi.

Sebelum melakukan penjadwalan, terdapat beberapa hal yang perlu diketahui, yaitu: jumlah dan jenis pekerjaan, waktu penyelesaian suatu pekerjaan, batas waktu penyelesaian, dan tujuan penjadwalan [3].

Selain itu, perlu dikenali lingkungan produksi yang digunakan agar jadwal yang terbentuk lebih efisien dalam mencapai tujuan penjadwalannya. Lingkungan dalam penjadwalan dibedakan berdasarkan banyaknya mesin dan aliran produksinya. Pada penjadwalan flowshop, aliran produksi untuk semua job adalah sama. Pada penjadwalan Flowshop, jadwal produksi hanya dapat disusun ketika seluruh sumber telah tersedia antara lain pengadaan bahan baku, kapasitas operator, kapasitas mesin, dan rancangan gambar teknik dari produk yang diproduksi. Jadwal harus disusun untuk mendapatkan total waktu penyelesaian order yang minimum.

PR. AB adalah sebuah perusahaan yang bergerak di bidang produksi rokok. Perusahaan ini terletak di jalan Ki Ageng Gribig No. 45, Kedung Kandang, Malang. Penelitian dilakukan pada sistem produksi rokok Sigaret Kretek Mesin (SKM) yaitu rokok yang proses produksinya dikerjakan oleh mesin. Barang setengah jadi merupakan campuran tembakau dan cengkeh yang disimpan dalam gudang. Kemudian campuran diproses dengan menggunakan mesin mulai dari proses pelintingan dengan mesin maker, packaging dengan mesin verpak, bandrol dengan mesin bandrol, dan wrapping dengan mesin wrapper; sehingga jumlah mesin yang terlibat dalam proses produksi berjumlah 4 buah mesin.

\* Corresponding author: Ceria Farela Mada Tantrika

Email : [ceria\\_fmt@ub.ac.id](mailto:ceria_fmt@ub.ac.id)

Published online at <http://Jemis.ub.ac.id>

Copyright ©2015 JTI UB Publishing. All Rights Reserved

Jenis rokok di PR. AB dikelompokkan menjadi dua berdasarkan ukuran filter dan kandungan nikotin, yaitu rokok Filter 16 dan rokok Mild. Rokok 257 Filter 16 (F16) dan 257 Gold Filter 16 (GF16) masuk dalam kategori rokok Filter 16 karena memiliki diameter filter yang besar dan kandungan nikotin yang besar, sedangkan rokok Face Mild dan AB Mild masuk dalam kategori rokok Mild karena memiliki diameter filter yang kecil dan kandungan nikotin yang rendah. Lintasan produksi dari pelinting hingga wrapping rokok Filter 16 dan Mild dibedakan karena diameter filter, ukuran bandrol, ketebalan etiket dan ketebalan plastik laminasi yang berbeda. Penelitian ini fokus pada lintasan produksi rokok Filter 16 dimana produksi didasarkan pada pesanan yang diterima oleh perusahaan dari customer.

Selama bulan April – Juni, dari 22 pesanan yang diterima, masih ditemukan ada yang terlambat. Hal ini dapat menyebabkan krisis kepercayaan antara PR. AB dengan customer yang dapat mengguncang pangsa pasar yang selama ini dibangun dan nantinya akan berakibat pada tersendatnya kemajuan usaha PR. AB. Di sisi lain, PR. AB berusaha untuk menekan biaya yang ditimbulkan selama proses. Oleh karena itu, dalam penelitian ini dipertimbangkan tujuan penjadwalan untuk meminimasi keterlambatan yang ditunjukkan dengan minimasi total tardiness dan meminimasi work-in-process yang ditunjukkan dengan minimasi total flowtime.

Selama ini, PR. AB belum mempertimbangkan permasalahan keterlambatan dan banyaknya work-in-process dalam penjadwalannya. PR. AB menerapkan sistem penjadwalan produksi berdasarkan aturan First Come First Serve (FCFS) dimana pesanan yang diterima terlebih dahulu akan dikerjakan di awal penjadwalan. Dalam penerapan penjadwalan FCFS, setiap pesanan memiliki ready time yang sama dan PR. AB biasanya melakukan penjadwalan dalam satu bulan sekali.

Untuk menyelesaikan masalah work-in-process dan keterlambatan produksi maka diperlukan solusi yang mampu mengkompromikan kedua kriteria tersebut. Karena melibatkan dua kriteria, permasalahan penjadwalan dalam penelitian ini termasuk pada penjadwalan multikriteria. Terdapat tiga kelas dalam permasalahan penjadwalan dengan dua kriteria. Kelas pertama, salah satu dari kriteria

tersebut dipertimbangkan sebagai fungsi tujuan yang harus dioptimisasi sementara yang lain dianggap sebagai batasan. Kelas kedua, kedua kriteria dipertimbangkan sama pentingnya dan penyelesaiannya dengan berusaha mencari jadwal yang efisien. Kelas ketiga, kedua kriteria dibobotkan berbeda dan fungsi tujuan didefinisikan sebagai penjumlahan dari fungsi terbobot kedua kriteria tersebut [4]. Permasalahan yang dipertimbangkan dalam penelitian ini termasuk dalam kelas kedua.

Pada penelitian ini, dipertimbangkan juga adanya setup time yang terpisah. Setup didefinisikan sebagai pekerjaan untuk mempersiapkan sumber daya (mesin), proses, atau meja kerja untuk produk [4]. Mayoritas penelitian penjadwalan flowshop menganggap setup time sebagai bagian dari processing time [5],[6]. Padahal, dengan setup time yang terpisah, setup pada mesin subsekuen mungkin dapat dilakukan sementara job masih diproses di mesin sebelumnya sehingga dapat mengurangi completion time [4], [7], [8], [9].

Berdasarkan penjabaran di atas, permasalahan penjadwalan yang dipertimbangkan dalam penelitian ini adalah penjadwalan flowshop dua kriteria dengan setup time terpisah. Untuk mendapatkan solusi optimal, kedua kriteria diberikan bobot yang sama dan diselesaikan dengan mixed integer programming (MIP). MIP merupakan bentuk khusus dari linear programming, dimana ada beberapa variabel yang memiliki nilai integer. Linear programming merupakan metode untuk mencapai hasil terbaik berdasarkan model matematis yang hubungan antar variabelnya bersifat linier.

Penjadwalan flowshop termasuk dalam kasus NP-hard dan umumnya hanya permasalahan kecil yang dapat diselesaikan dengan algoritma enumerasi seperti MIP [4]. Kasus di PR. AB masih dikategorikan dalam permasalahan kecil karena hanya terdapat kurang dari 10 pesanan tiap bulannya. Karena itu, MIP masih cocok untuk digunakan. Dengan menggunakan MIP untuk menyelesaikan masalah penjadwalan ini, diharapkan hasil terbaik bagi PR. AB dapat dicapai, yaitu jadwal yang mampu meminimasi work-in-process dan keterlambatan.

## 2. DESKRIPSI PERMASALAHAN

Permasalahan penjadwalan yang dipertimbangkan dalam penelitian ini terdiri dari 4 mesin, yaitu mesin  $i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  dan  $n$

job (mewakili tiap pesanan) yang siap untuk diproses pada waktu sama dengan nol. Tiap job memiliki 4 operasi. Semua job memiliki routing yang sama, sehingga termasuk flowshop. Ditentukan  $p_{ji}$ ,  $s_i$ , dan  $d_j$  berurutan sebagai waktu proses job  $j$  di mesin  $i$ , waktu setup di mesin  $i$ , dan due date job  $j$ . Waktu setup dipertimbangkan terpisah dari waktu proses. Sekali job mulai dikerjakan di suatu mesin, harus diselesaikan tanpa adanya interupsi. Namun job dapat menunggu suatu mesin yang akan digunakan untuk memproses bila mesin tersebut masih sibuk. Mesin tidak boleh memproses lebih dari satu operasi dalam satu waktu, namun mesin dapat menganggur.

Tujuan yang ingin dicapai adalah meminimasi work-in-process dan keterlambatan. Minimasi work in process dapat dicapai dengan meminimasi total flowtime, sedangkan minimasi keterlambatan dapat dicapai dengan meminimasi total tardiness. Ditentukan  $C_j$  dan  $T_j$  berurutan sebagai completion time dan tardiness dari job  $j$ , masing-masing diberi bobot 0,5. Dengan demikian, secara notasi, permasalahan yang dipertimbangkan adalah:  $0,5 \sum_i s_i + 0,5 \sum_j T_j$ .

### 3. MODEL MIXED INTEGER PROGRAMMING

Model yang diusulkan dalam penelitian ini memiliki asumsi, parameter, dan variabel sebagai berikut:

**Asumsi:**

- Semua job siap diproses pada waktu sama dengan nol.
- Tiap job harus diselesaikan bila telah dimulai.
- Tiap job hanya memiliki empat operasi dengan routing yang sama. Tiap operasi menggunakan satu mesin.
- Job dapat menunggu mesin yang idle.
- Mesin dapat idle.
- Mesin tidak pernah breakdown dan selalu tersedia selama periode penjadwalan.
- Tidak ada mesin yang dapat memproses lebih dari satu operasi dalam satu waktu.
- Waktu setup sama untuk semua job, hanya dibedakan berdasarkan mesinnya.

**Parameter:**

- $j$  nomor job,  $j = 1, 2, \dots, n$ .
- $i$  nomor mesin,  $i = 1, 2, 3, 4$ .
- $p_{ji}$  waktu proses job  $j$  di mesin ke- $i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ ;  $j = 1, 2, \dots, n$ .
- $s_i$  setup time di mesin ke- $i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ .

$d_j$  due date job  $j$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ .

**Variabel keputusan:**

- $Z_{jk}$  jika job  $j$  dijadwalkan pada urutan ke- $k$  untuk diproses,  $Z_{jk} = 1$ , lainnya  $Z_{jk} = 0$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ ;  $k = 1, 2, \dots, n$ .
- $S_{ki}$  starting time job urutan ke- $k$  pada mesin ke- $i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ ;  $k = 1, 2, \dots, n$ .
- $T_k$  tardiness job urutan ke- $k$

**Auxiliary Variable:**

- $p_{[ki]}$  waktu proses job urutan ke- $k$  di mesin ke- $i$
- $F_{ki}$  flowtime job urutan ke- $k$  di mesin ke- $i$
- $F_k$  flowtime job urutan ke- $k$
- $d_k$  due date job urutan ke- $k$

Dari asumsi, parameter, dan variabel diatas, formulasi model mixed integer programming yang diusulkan terdiri dari fungsi tujuan dan batasan.

**Fungsi tujuan:**

$$\min z = 0,5 \sum_{k=1}^N F_k + 0,5 \sum_{k=1}^N T_k \quad (\text{Pers. 1})$$

**Batasan:**

$$p_{[ki]} = \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N Z_{jk} p_{ji}, \text{ untuk semua } k \text{ dan } i \quad (\text{Pers. 2})$$

$$d_{[k]} = \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N Z_{jk} d_j, \text{ untuk semua } k \quad (\text{Pers. 3})$$

$$\sum_{k=1}^N Z_{jk} = 1, \text{ untuk semua } j \quad (\text{Pers. 4})$$

$$\sum_{j=1}^N Z_{jk} = 1, \text{ untuk semua } k \quad (\text{Pers. 5})$$

$$S_{ki} \geq F_{k-1,i} + s_i, \text{ untuk semua } k \text{ dan } i \quad (\text{Pers. 6})$$

$$S_{ki} \geq S_{k,i-1} + p_{k,i-1}, \text{ untuk semua } k \text{ dan } i \quad (\text{Pers. 7})$$

$$F_{ki} = S_{ki} + p_{ki}, \text{ untuk semua } k \text{ dan } i \quad (\text{Pers. 8})$$

$$F_k \geq F_{ki}, \text{ untuk semua } k \quad (\text{Pers. 9})$$

$$T_k \geq F_k + d_k, \text{ untuk semua } k \quad (\text{Pers. 10})$$

Fungsi tujuan (pers.1) berkaitan dengan meminimasi total flowtime dan total tardiness yang diberikan bobot sama besar. Batasan (pers. 2) dan (pers. 3) digunakan untuk menentukan waktu proses dan due date job berdasarkan urutan pengerjaan. Batasan (pers. 4) menjelaskan bahwa tiap job hanya dapat dijadwalkan satu kali. Batasan (pers. 5) menjelaskan hanya satu job yang dapat dijadwalkan pada urutan ke- $k$  dalam prioritas job. Batasan (pers. 6) memastikan job urutan ke- $k$  dapat diproses di mesin ke- $i$  setelah job sebelumnya telah diproses dan setup. Batasan (pers. 7) memastikan job urutan ke- $k$  dapat diproses di mesin ke- $i$  setelah job tersebut selesai diproses di mesin sebelumnya. Batasan (pers. 8) dan (pers. 9) digunakan untuk menentukan flowtime job ke- $k$ . Batasan (pers. 10) digunakan untuk menentukan tardiness job ke- $k$ . Pada formulasi ini, semua variabel harus lebih besar atau sama dengan nol dan  $Z_{jk}$  merupakan binary integer.

#### 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Data pesanan SKM yang masuk di PR. AB selama bulan April hingga Juni dapat dilihat pada Tabel 1. Pesanan dalam satuan karton, dimana satu karton terdiri dari 600 pack dan 1 pack terdiri dari 16 batang. Sehingga, dalam 1 karton terdapat  $600 \times 16 = 9.600$  batang.

Data due date yang disajikan pada Tabel 1 dalam satuan hari. Sedangkan waktu setup dan waktu proses dalam satuan menit. Karena itu, untuk menyamakan satuan, due date juga diubah dalam satuan menit, berdasarkan jam kerja di lintasan produksi SKM Filter 16 yaitu 8 jam per hari, 60 menit per jam. Karena itu, untuk perhitungan selanjutnya, data due date pada Tabel 1 dikalikan dengan  $8 \times 60 = 480$  menit per hari.

**Tabel 1.** Pesanan Bulan April – Juni

| Bulan | Pesanan ke- | Customer  | Jumlah (karton) | Due date (hari) |
|-------|-------------|-----------|-----------------|-----------------|
| April | 1           | Padang    | 120             | 9               |
|       | 2           | Bali      | 150             | 5               |
|       | 3           | Medan     | 186             | 17              |
|       | 4           | Bali      | 250             | 14              |
|       | 5           | Aceh      | 187             | 22              |
|       | 6           | Pekanbaru | 150             | 30              |
|       | 7           | Padang    | 145             | 26              |
| Mei   | 1           | Padang    | 150             | 7               |
|       | 2           | Medan     | 250             | 19              |
|       | 3           | Padang    | 190             | 13              |
|       | 4           | Aceh      | 148             | 23              |
|       | 5           | Pekanbaru | 179             | 17              |
|       | 6           | Bali      | 115             | 31              |
|       | 7           | Medan     | 90              | 28              |
|       | 8           | Pekanbaru | 110             | 24              |
| Juni  | 1           | Medan     | 120             | 11              |
|       | 2           | Medan     | 155             | 9               |
|       | 3           | Bali      | 213             | 21              |
|       | 4           | Bali      | 215             | 14              |
|       | 5           | Aceh      | 110             | 28              |
|       | 6           | Pekanbaru | 120             | 24              |

**Tabel 2.** Waktu Setup Dan Kapasitas Mesin

| No | Mesin   | Waktu setup (menit) | Kapasitas per menit |
|----|---------|---------------------|---------------------|
| 1  | Maker   | 20                  | 1500 batang         |
| 2  | Verpak  | 16                  | 120 pack            |
| 3  | Bandrol | 16                  | 166 pack            |
| 4  | Wrapper | 6                   | 300 pack            |

**Tabel 3.** Contoh Perhitungan Waktu Proses

| No | Mesin   | Perhitungan                         | Hasil (menit) |
|----|---------|-------------------------------------|---------------|
| 1  | Maker   | $((120 \times 600 \times 16)/1500)$ | 768           |
| 2  | Verpak  | $((120 \times 600)/120)$            | 600           |
| 3  | Bandrol | $((120 \times 600)/166)$            | 433,73        |
| 4  | Wrapper | $((120 \times 600)/300)$            | 240           |

**Tabel 4.** Rekapitulasi Waktu Proses Tiap Pesanan

| Bulan | Pesanan ke- | Maker    | Verpak | Bandrol | Wrapper |
|-------|-------------|----------|--------|---------|---------|
| April | 1           | 768,00   | 600    | 433,73  | 240     |
|       | 2           | 960,00   | 750    | 542,17  | 300     |
|       | 3           | 1.190,40 | 930    | 672,29  | 372     |
|       | 4           | 1.600,00 | 1.250  | 903,61  | 500     |
|       | 5           | 1.196,80 | 935    | 675,90  | 374     |
|       | 6           | 960,00   | 750    | 542,17  | 300     |
|       | 7           | 928,00   | 725    | 524,10  | 290     |
| Mei   | 1           | 960,00   | 750    | 542,17  | 300     |
|       | 2           | 1.600,00 | 1.250  | 903,61  | 500     |
|       | 3           | 1.216,00 | 950    | 686,75  | 380     |
|       | 4           | 947,20   | 740    | 534,94  | 296     |
|       | 5           | 1.145,60 | 895    | 646,99  | 358     |
|       | 6           | 736,00   | 575    | 415,66  | 230     |
|       | 7           | 576,00   | 450    | 325,30  | 180     |
|       | 8           | 704,00   | 550    | 397,59  | 220     |
| Juni  | 1           | 768,00   | 600    | 433,73  | 240     |
|       | 2           | 992,00   | 775    | 560,24  | 310     |
|       | 3           | 1.363,20 | 1.065  | 769,88  | 426     |
|       | 4           | 1.376,00 | 1.075  | 777,11  | 430     |
|       | 5           | 704,00   | 550    | 397,59  | 220     |
|       | 6           | 768,00   | 600    | 433,73  | 240     |

Setiap pesanan menggunakan bahan berupa campuran tembakau dan cengkeh yang kemudian diproses melalui empat tahap, yaitu pelintingan, packaging, bandrol, dan wrapping. Masing-masing proses dilakukan berurutan untuk tiap pesanan, tiap proses dikerjakan pada satu mesin. Proses pelintingan menggunakan mesin maker, proses packaging menggunakan mesin verpak, proses bandrol menggunakan mesin bandrol, dan proses wrapping menggunakan mesin wrapper. Setiap pergantian pesanan, mesin harus diatur ulang karena produk yang dibuat disesuaikan dengan pesanan dari customer. Waktu setup tiap mesin dapat dilihat pada Tabel 2.

Waktu proses tiap pesanan didasarkan pada kapasitas mesin. Keempat mesin tersebut memiliki kapasitas yang berbeda sebagaimana ditunjukkan pada Tabel 2. Karena itu, untuk menentukan waktu proses, dilakukan perhitungan dengan cara membagi kebutuhan produk (dalam batang) dengan kapasitas mesin per menit. Contoh perhitungan waktu proses

untuk pesanan ke-1 bulan April ditunjukkan pada Tabel 3. Hasil rekapitulasi waktu proses untuk semua pesanan disajikan pada Tabel 4.

PR. AB melakukan penjadwalan dengan algoritma heuristik FCFS. Hasil penjadwalan untuk April-Juni disajikan pada Tabel 5. Pada penelitian ini, penjadwalan dilakukan dengan MIP. MIP diselesaikan dengan algoritma Branch-and-Bound dengan menggunakan bantuan software LINGO 11.0. Karena kasus di PR. AB ini masih termasuk permasalahan kecil, LINGO 11.0 mampu memberikan hasil dengan cepat, kurang dari 5 detik. Hasil penjadwalan dengan MIP dengan bobot total flowtime dan total tardiness masing-masing 0,5 dapat dilihat pada Tabel 6. Sedangkan perbandingan hasil penjadwalan dengan FCFS dan MIP ditunjukkan pada Tabel 7.

Pada Tabel 7, dapat dilihat pada ketiga bulan yang dijadwalkan pesannya, terjadi penurunan total flowtime. Namun demikian, sebagai trade-off atas penurunan total flowtime, terjadi peningkatan total tardiness pada bulan Mei dan Juni. Apabila PR. AB menginginkan tingkat work-in-process yang lebih rendah, PR. AB harus bersedia mengorbankan beberapa pesanan menjadi terlambat atau terlambat lebih lama. Untuk mengetahui dampak adanya dua kriteria, ditunjukkan pula hasil MIP ketika hanya mempertimbangkan satu kriteria, yang ditunjukkan pada Tabel 9 dan 10.

**Tabel 5.** Hasil Penjadwalan dengan FCFS

| Bulan | Urutan job | Pesanan ke- | Ck        | dk        | Tk     |
|-------|------------|-------------|-----------|-----------|--------|
| April | 1          | 1           | 2.061,73  | 4.320,00  | -      |
|       | 2          | 2           | 3.360,17  | 2.400,00  | 960,17 |
|       | 3          | 3           | 4.952,69  | 8.160,00  | -      |
|       | 4          | 4           | 7.252,01  | 6.720,00  | 532,01 |
|       | 5          | 5           | 7.849,30  | 10.560,00 | -      |
|       | 6          | 6           | 8.407,57  | 14.400,00 | -      |
|       | 7          | 7           | 9.282,30  | 12.480,00 | -      |
|       | Total      |             |           | 43.165,78 |        |
| Mei   | 1          | 1           | 2.572,17  | 3.360,00  | -      |
|       | 2          | 2           | 5.253,61  | 9.120,00  | -      |
|       | 3          | 3           | 5.882,75  | 6.240,00  | -      |
|       | 4          | 4           | 6.402,94  | 11.040,00 | -      |
|       | 5          | 5           | 7.868,79  | 8.160,00  | -      |
|       | 6          | 6           | 8.172,45  | 14.880,00 | -      |
|       | 7          | 7           | 8.463,75  | 13.440,00 | -      |
|       | 8          | 8           | 9.212,39  | 11.520,00 | -      |
| Total |            |             | 53.828,85 |           | -      |
| Juni  | 1          | 1           | 2.061,73  | 5.280,00  | -      |
|       | 2          | 2           | 3.445,24  | 4.320,00  | -      |
|       | 3          | 3           | 5.444,08  | 10.080,00 | -      |
|       | 4          | 4           | 6.861,31  | 6.720,00  | 141,31 |
|       | 5          | 5           | 7.087,31  | 13.440,00 | -      |
|       | 6          | 6           | 7.534,63  | 11.520,00 | -      |
| Total |            |             | 32.434,31 |           | 141,31 |

**Tabel 6.** Hasil Penjadwalan dengan MIP

| Bulan | Urutan job | Pesanan ke- | Ck        | dk        | Tk       |
|-------|------------|-------------|-----------|-----------|----------|
| April | 1          | 2           | 2.572,17  | 2.400,00  | 172,17   |
|       | 2          | 1           | 3.041,73  | 4.320,00  | -        |
|       | 3          | 7           | 4.255,10  | 12.480,00 | -        |
|       | 4          | 4           | 6.989,61  | 6.720,00  | 269,61   |
|       | 5          | 3           | 7.576,29  | 8.160,00  | -        |
|       | 6          | 6           | 8.140,17  | 14.400,00 | -        |
|       | 7          | 5           | 9.728,10  | 10.560,00 | -        |
| Total |            |             | 42.303,18 |           | 441,78   |
| Mei   | 1          | 7           | 1.551,30  | 13.440,00 | -        |
|       | 2          | 1           | 3.168,17  | 3.360,00  | -        |
|       | 3          | 8           | 3.509,59  | 11.520,00 | -        |
|       | 4          | 6           | 4.276,66  | 14.880,00 | -        |
|       | 5          | 3           | 6.308,75  | 6.240,00  | 68,75    |
|       | 6          | 4           | 6.830,14  | 11.040,00 | -        |
|       | 7          | 5           | 8.324,79  | 8.160,00  | 164,79   |
|       | 8          | 2           | 10.698,41 | 9.120,00  | 1.578,41 |
| Total |            |             | 44.667,81 |           | 1.811,95 |
| Juni  | 1          | 5           | 1.891,59  | 13.440,00 | -        |
|       | 2          | 1           | 2.785,73  | 5.280,00  | -        |
|       | 3          | 2           | 4.169,24  | 4.320,00  | -        |
|       | 4          | 6           | 4.588,73  | 11.520,00 | -        |
|       | 5          | 4           | 6.990,11  | 6.720,00  | 270,11   |
|       | 6          | 3           | 8.352,08  | 10.080,00 | -        |
| Total |            |             | 28.777,49 |           | 270,11   |

**Tabel 7.** Perbandingan Hasil Penjadwalan FCFS dengan MIP

| Bulan | F <sub>k</sub> |               |          | T <sub>k</sub> |               |           |
|-------|----------------|---------------|----------|----------------|---------------|-----------|
|       | FCFS           | MIP (0,5:0,5) | selisih  | FCFS           | MIP (0,5:0,5) | selisih   |
| April | 43.165,78      | 42.303,18     | 862,60   | 1.492,18       | 441,78        | 1.050,40  |
| Mei   | 53.828,85      | 44.667,81     | 9.161,04 | -              | 1.811,95      | -1.811,95 |
| Juni  | 32.434,31      | 28.777,49     | 3.656,82 | 141,31         | 270,11        | - 128,80  |

**Tabel 8.** Perbandingan Hasil Penjadwalan FCFS dengan MIP untuk Minimasi Total Flowtime

| Bulan | F <sub>k</sub> |           |           | T <sub>k</sub> |           |           |
|-------|----------------|-----------|-----------|----------------|-----------|-----------|
|       | FCFS           | MIP (1:0) | selisih   | FCFS           | MIP (1:0) | selisih   |
| April | 43.165,78      | 40.318,78 | 2.847,00  | 1.492,18       | 6.564,98  | -5.072,80 |
| Mei   | 53.828,85      | 43.793,81 | 10.035,04 | -              | 6.035,33  | -6.035,33 |
| Juni  | 32.434,31      | 28.537,69 | 3.896,62  | 141,31         | 2.290,55  | -2.149,24 |

**Tabel 9.** Perbandingan Hasil Penjadwalan FCFS dengan MIP untuk Minimasi Total Tardiness

| Bulan | F <sub>k</sub> |           |          | T <sub>k</sub> |           |          |
|-------|----------------|-----------|----------|----------------|-----------|----------|
|       | FCFS           | MIP (0:1) | selisih  | FCFS           | MIP (0:1) | selisih  |
| April | 43.165,78      | 43.541,38 | - 375,60 | 1.492,18       | 172,17    | 1.320,01 |
| Mei   | 53.828,85      | 53.192,83 | 636,02   | -              | -         | -        |
| Juni  | 32.434,31      | 33.032,52 | - 598,21 | 141,31         | -         | 141,31   |

Pada Tabel 8 ditunjukkan hasil MIP yang hanya memasukkan kriteria minimasi total flowtime. Formulasi fungsi tujuan (pers. 1) diubah menjadi fungsi tujuan (pers. 11), yaitu:  $\min z = \sum_{k=1}^N F_k$  (pers. 11). Dari Tabel 8 terlihat bahwa penurunan total flowtime lebih besar daripada hasil penjadwalan dua kriteria. Namun peningkatan total tardiness jauh lebih besar daripada penjadwalan dua kriteria.

Pada Tabel 9 ditunjukkan hasil MIP yang

hanya memasukkan kriteria total tardiness. Formulasi fungsi tujuan (pers. 1) diubah menjadi fungsi tujuan (pers. 12), yaitu:

$$\min z = \sum_{k=1}^N T_k \quad (\text{pers. 12})$$

Dari Tabel 9 terlihat bahwa terjadi peningkatan total flowtime pada bulan April dan Juni serta penurunan total flowtime pada bulan Mei. Peningkatan total flowtime terjadi sebagai trade-off atas penurunan total tardiness. Sedangkan penurunan total flowtime pada bulan Mei dikarenakan pada jadwal FCFS telah didapatkan nilai total tardiness sama dengan nol sehingga MIP mencari solusi yang lebih optimal dengan meminimasi total flowtime. Secara keseluruhan, ketiga bulan mengalami penurunan total tardiness. Pada bulan April, meskipun diselesaikan dengan MIP, masih ditemukan adanya keterlambatan. Hal ini menunjukkan bahwa dijadwalkan dalam susunan seperti apapun, selalu akan ada pesanan yang terlambat pada bulan April tersebut.

Secara umum, MIP mampu memberikan solusi yang lebih optimal daripada FCFS. Hal ini ditunjukkan pada Tabel 10. Nilai fungsi tujuan didapatkan berdasarkan formulasi (1). Pada Tabel 10, nilai fungsi tujuan yang dihasilkan oleh MIP lebih kecil daripada FCFS. Karena itu, PR. AB sebaiknya mempertimbangkan untuk menggunakan MIP dalam melakukan penjadwalan produksi pesanan dari customer.

## 5. KESIMPULAN

PR. AB telah berhasil menjadwalkan produksi SKM Filter 16 dengan menggunakan algoritma FCFS. Total flowtime untuk bulan April, Mei, dan Juni berturut-turut 43.165,78; 53.828,85; dan 32.434,31 menit. Sedangkan total tardiness berturut-turut 1.492,18; 0; dan 141,31 menit.

Pada penelitian ini dikembangkan model Mixed Integer Programming (MIP) untuk menyelesaikan permasalahan penjadwalan flowsop yang mempertimbangkan waktu setup terpisah dari waktu prosesnya. Permasalahan penjadwalan ini memiliki dua kriteria, yaitu meminimasi work-in-process yang ditunjukkan dengan minimasi total flowtime dan meminimasi keterlambatan yang ditunjukkan dengan minimasi total tardiness.

**Tabel 10.**Perbandingan Nilai Fungsi Tujuan Z

| Bulan | FCFS      | MIP       |
|-------|-----------|-----------|
| April | 22.328,98 | 21.372,48 |
| Mei   | 26.914,43 | 23.239,88 |
| Juni  | 16.287,81 | 14.523,80 |

Penjadwalan dengan MIP memberikan hasil urutan pesanan yang berbeda, yaitu: 2-1-4-3-6-5-7 pada bulan April, 1-3-5-6-2-7-8-4 pada bulan Mei, dan 2-4-1-5-3-6 pada bulan Juni. Total flowtime untuk bulan April, Mei, dan Juni berturut-turut 42.303,18; 44.667,81; dan 28.777,49 menit. Sedangkan total tardiness berturut-turut 441,78; 1.811,95; dan 270,11 menit. Bila dibandingkan dengan hasil FCFS, terjadi trade-off antara total flowtime dan total tardiness, dimana terjadi penurunan total flowtime namun terjadi peningkatan total tardiness. Meskipun demikian, secara umum MIP memberikan hasil yang lebih baik.

Saran untuk penelitian lanjutan, sebaiknya LINGO 11.0 dapat diintegrasikan dengan software spreadsheet untuk mempermudah perusahaan dalam mengimplementasikan penjadwalan dengan MIP. Selain itu, perlu diteliti waktu setup untuk tiap pesanan, apakah ada perbedaan dan apakah dipengaruhi urutan job dalam penjadwalan mengingat pada penelitian ini masih mengasumsikan bahwa waktu setup untuk semua pesanan adalah sama.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1.] Vollman, Thomas E. 1998, *Manufacturing Planning and Control Systems for Supply Chain Management*, McGraw-Hill.
- [2.] Baker, Kenneth R. 1974, *Introduction to sequencing and Scheduling*, New York: Wiley's.
- [3.] Kusuma, Hendra. 2001, *Manajemen Produksi: Perencanaan dan Pengendalian Produksi*, Yogyakarta: Penerbit Andi.
- [4.] Eren, Tamer dan Güner, Ertan. 2006, A Bicriteria Flowshop Scheduling Problem with Setup Times, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 183, pp. 1292-1300.
- [5.] Allahverdi, Ali. 2003, The Two- and m-Machine Flowshop Scheduling Problems with Bicriteria of Makespan and Mean Flowtime, *European Journal of*

- Operational Research*, Vol. 147 No. 2, pp. 373-396.
- [6.] Yagmahan, Betul dan Yenisey, Mehmet Mutlu. 2007. Ant colony optimization for multi-objective flow shop scheduling problem, *Computers & Industrial Engineering*, doi:10.1016/j.cie.2007.08.003.
- [7.] Varadharajan, T.K. dan Rajendran, Chandrasekharan. 2005. A multi-objective simulated-annealing algorithm for scheduling in flowshops to minimize the makespan and total flowtime of jobs, *European Journal of Operational Research*, Vol. 167, pp. 772–795.
- [8.] Allahverdi, Ali dan Al-Anzi, Fawaz S. 2006. A branch-and-bound algorithm for three- machine flowshop scheduling problem to minimize total completion time with separate setup times, *European Journal of Operational Research*, Vol. 169, pp. 767–780.
- [9.] Yokoyama, Masao. 2008. Flow-shop scheduling with setup and assembly operations, *European Journal of Operational Research*, Vol. 187, pp. 1184–1195.